

The image is a composite graphic. On the left, a large, textured orange sphere represents the Sun, with bright rays emanating from it. On the right, a smaller blue and white sphere represents Earth, surrounded by a complex, blue, glowing magnetic field structure. The background is a dark space filled with numerous small white stars. The text 'UNIDAD IV' and 'MAGNETOSTÁTICA' is centered at the bottom in a bold, orange, serif font.

# UNIDAD IV

# MAGNETOSTÁTICA

# MAGNETISMO

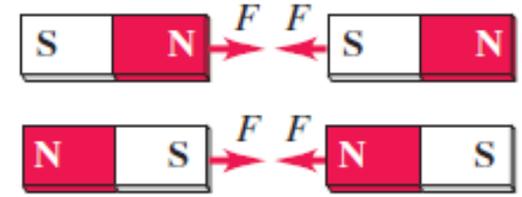
Los fenómenos magnéticos se observaron por primera vez al menos hace 2500 años, con fragmentos de mineral de hierro magnetizado (imanes permanentes) cerca de la antigua ciudad de *Magnesia* (hoy *Manisa*, en Turquía occidental).

Dos imanes permanentes de barra se atraen cuando sus polos opuestos están cerca uno del otro. Estos imanes se repelen cuando sus polos iguales se aproximan entre sí.

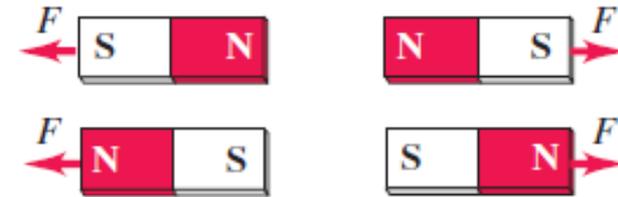
Cualquier polo de un imán de barra atrae un objeto no magnetizado que contenga hierro, como un clavo.

En la naturaleza y experimentalmente NO se ha observado la existencia de un polo magnético aislado, o *monopolo magnético*.

a) Los polos opuestos se atraen

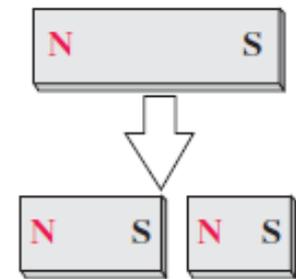


b) Los polos iguales se repelen

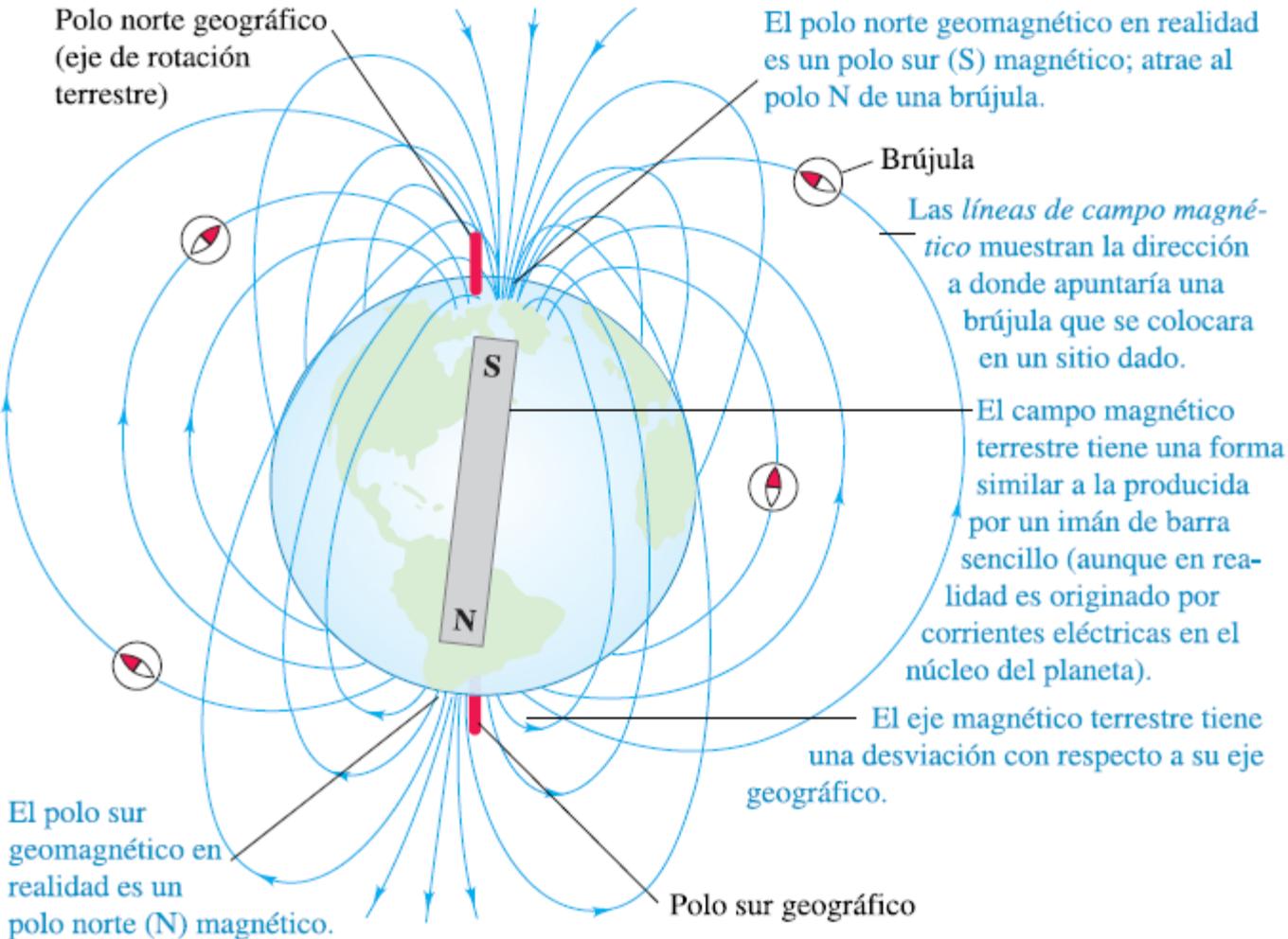


Al contrario de lo que sucede con las cargas eléctricas, los polos magnéticos siempre ocurren en pares y no es posible aislarlos.

Al romper un imán en dos ...



... se producen dos imanes, no dos polos aislados.



El campo magnético terrestre es generado por corrientes en el núcleo fundido del planeta. Las evidencias geológicas demuestran que este campo invierte su dirección en intervalos alrededor de medio millón de años.

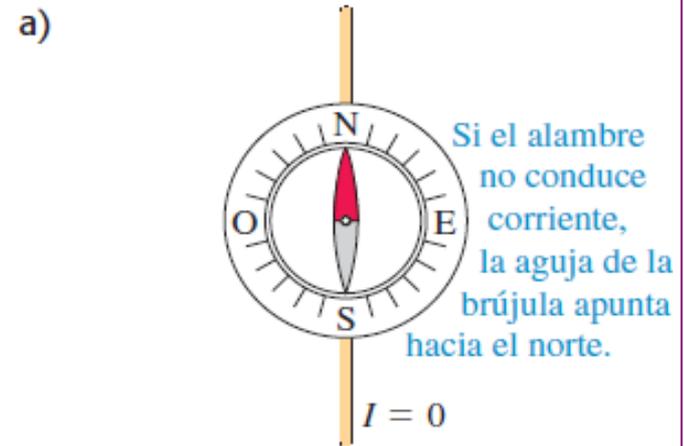
El eje magnético terrestre no es del todo paralelo al eje geográfico (eje de rotación), así que la lectura de una brújula se desvía un poco del norte geográfico. Esta desviación que varía con la ubicación se llama **declinación magnética**. Además, el campo magnético no es horizontal en la mayoría de los puntos sobre la superficie terrestre; su ángulo hacia arriba o hacia abajo se denomina **inclinación magnética**. En los polos magnéticos, el campo magnético es vertical.

# EXPERIMENTO DE OERSTED

La relación entre el magnetismo y las cargas eléctricas en movimiento fue descubierta, en 1820, por el científico danés Hans Christian Oersted, quien encontró que un alambre conductor de corriente desviaba la aguja de una brújula.

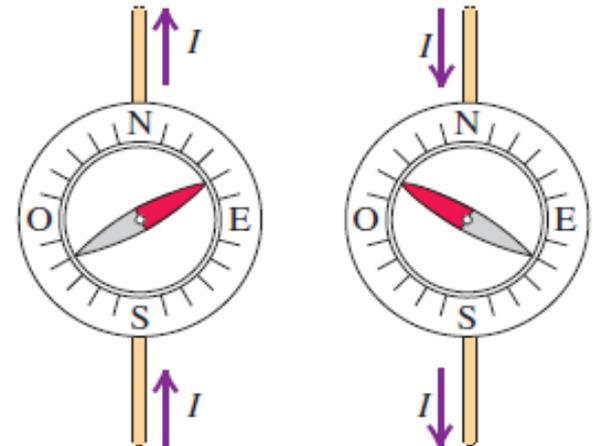
En el experimento de Oersted, se coloca una brújula directamente sobre un alambre horizontal (visto aquí desde arriba).

Cuando a través del alambre pasa una corriente eléctrica, la aguja de la brújula se desvía apuntando en cierta dirección dependiendo del sentido de la corriente.



b)

Si el alambre lleva corriente, la aguja de la brújula tiene una desviación, cuya dirección depende de la dirección de la corriente.



# CAMPO MAGNÉTICO

Previamente representamos las interacciones eléctricas para su estudio en dos etapas:

1. Una distribución de carga eléctrica en reposo origina un campo eléctrico  $E$  en el espacio circundante.
2. El campo eléctrico ejerce una fuerza  $F = qE$  sobre cualquier otra carga  $q$  que esté presente en ese campo.

De manera similar, para el estudio de las interacciones magnéticas tenemos que:

1. Una carga móvil o corriente genera un campo magnético ( $B$ ) en el espacio circundante (además de su campo eléctrico).
2. El campo magnético ejerce una fuerza  $F$  sobre cualquier otra carga en movimiento o corriente presente en ese campo.

**Al igual que el campo eléctrico, el campo magnético  $B$  es un campo (función) vectorial. En cualquier posición, la dirección de  $B$  se define como aquella en la que tiende a apuntar el polo norte de la aguja de una brújula.**

# FUERZA MAGNÉTICA SOBRE CARGAS EN MOVIMIENTO

Experimentalmente se ha determinado que toda partícula cargada ( $q$ ) que se mueve a una velocidad ( $\mathbf{v}$ ) en presencia de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), experimenta una fuerza magnética ( $\mathbf{F}$ ) dada por la expresión:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La magnitud de esta fuerza magnética, con base en la definición del producto vectorial, es:

$$F = |q|v_{\perp}B = |q|vB_{\perp} = |q|vB \sin \phi$$

donde  $\phi$  es el ángulo medido desde la dirección de  $\mathbf{v}$  hacia la dirección de  $\mathbf{B}$ . El vector fuerza magnética ( $\mathbf{F}$ ) es perpendicular al plano que contiene los vectores velocidad de la partícula ( $\mathbf{v}$ ) y campo magnético ( $\mathbf{B}$ ).

Revisando algunos casos de la ecuación

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

**a)** Cuando el vector velocidad  $\vec{v}$  es paralelo al campo magnético  $\vec{B}$ , la fuerza magnética  $\vec{F}$  es cero. También  $\vec{F} = 0$  si  $\vec{v} = 0$ .

**b)** Cuando los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  forman un ángulo  $\phi \neq 0^\circ$ , el vector  $\vec{F}$  es siempre perpendicular tanto a  $\vec{v}$  como a  $\vec{B}$ .

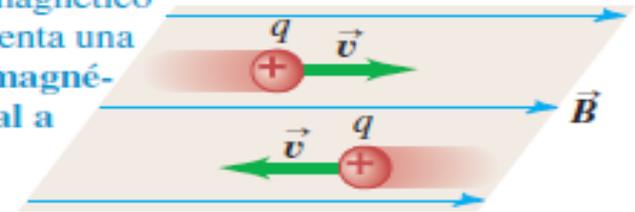
**c)** Cuando la partícula cargada se mueve perpendicularmente a la dirección de  $\vec{B}$ , entonces la fuerza magnética  $\vec{F}$  sobre ella es máxima; por lo que en este caso particular

$$B = \frac{F}{|q|v}, \quad \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{C} \cdot \text{m}} \right] = \left[ \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] = [\text{T}]$$

(tesla).

a)

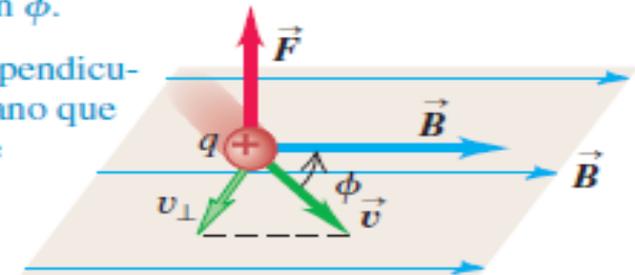
Una carga que se mueve en forma paralela al campo magnético experimenta una fuerza magnética igual a cero.



b)

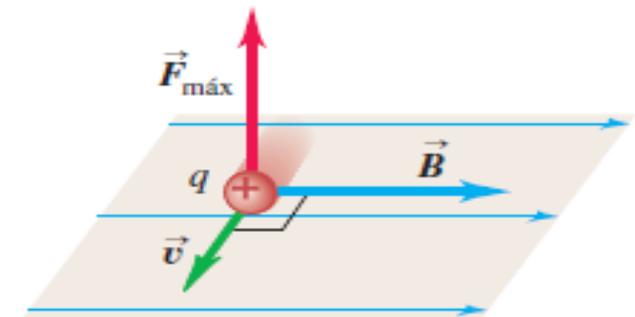
Una carga que se mueva con un ángulo  $\phi$  con respecto a un campo magnético experimenta una fuerza magnética con magnitud  $F = |q|v_{\perp}B = |q|vB \sin \phi$ .

$\vec{F}$  es perpendicular al plano que contiene  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .



c)

Una carga que se mueva de manera perpendicular a un campo magnético experimenta una fuerza magnética máxima con magnitud  $F_{\text{máx}} = qvB$ .



Otra unidad de medida del campo magnético es el *gauss*:

$$1\text{G} = 10^{-4}\text{ T}$$

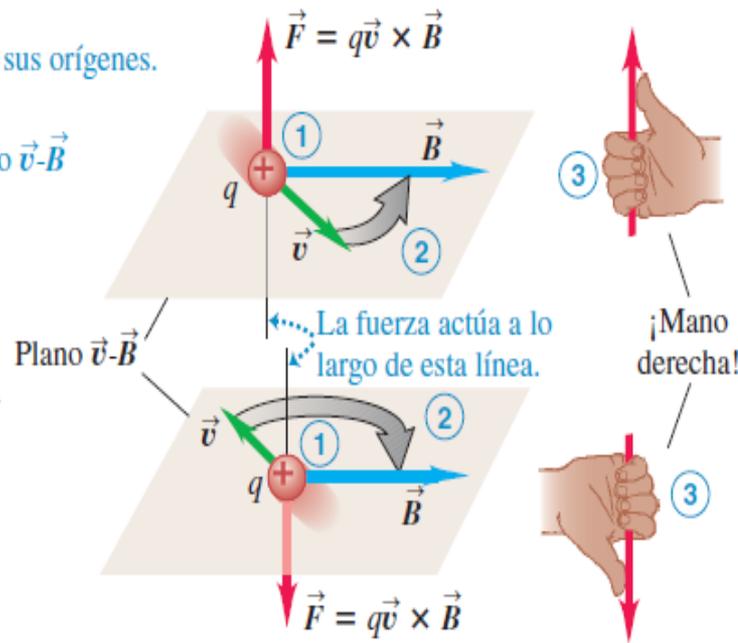
Por ejemplo, la magnitud promedio del campo magnético terrestre es del orden de 1G. Para determinar la dirección de la fuerza magnética  $\vec{F}$  se usa la regla de la mano derecha:

Regla de la mano derecha para la dirección de la fuerza magnética sobre una carga positiva que se mueve en un campo magnético:

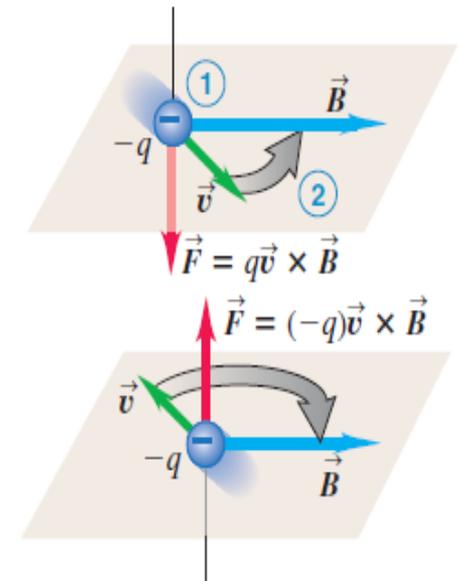
① Coloque los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  unidos en sus orígenes.

② Imagine que gira  $\vec{v}$  hacia  $\vec{B}$  en el plano  $\vec{v}-\vec{B}$  (en el menor ángulo).

③ La fuerza actúa a lo largo de una línea perpendicular al plano  $\vec{v}-\vec{B}$ . Enrolle los dedos de su mano derecha en torno a esta línea en la misma dirección que giró a  $\vec{v}$ . Ahora, su pulgar apunta en la dirección que actúa la fuerza.

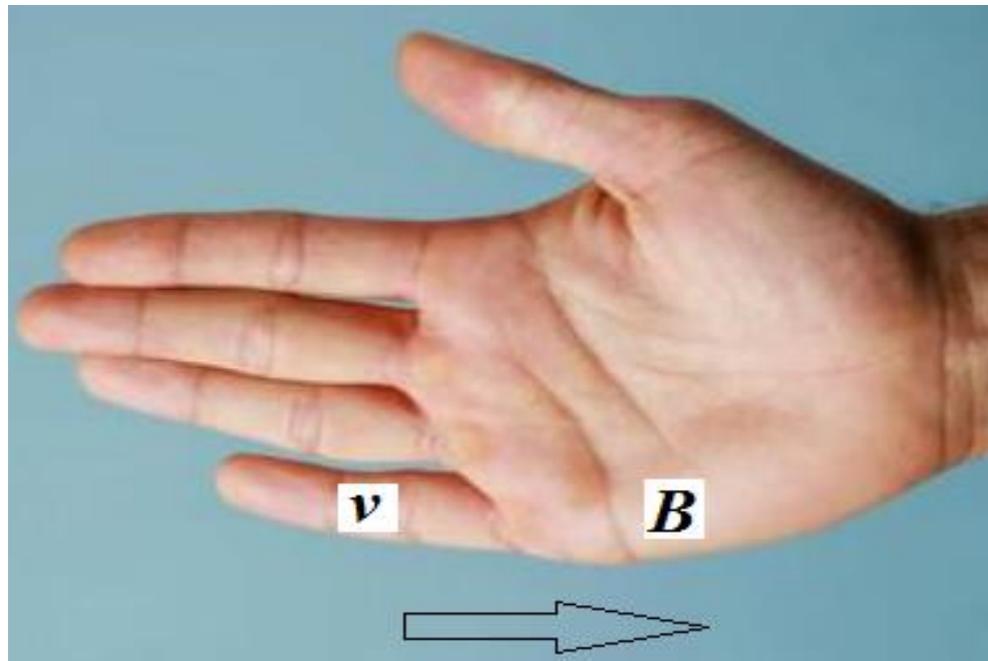


Si la carga es negativa, la dirección de la fuerza es *opuesta* a la que da la regla de la mano derecha.



Para aplicar la regla de la mano derecha, imaginemos que el vector velocidad  $\mathbf{v}$  está en la misma dirección en la cual apunta el dedo meñique; mientras que el vector campo magnético  $\mathbf{B}$  descansa a lo largo de la parte baja de la palma de la mano, apuntando en dirección opuesta a  $\mathbf{v}$ .

Así, para determinar la dirección de la fuerza magnética indicada por el dedo pulgar expandido, hay que girar el meñique de tal modo que siempre toque la parte baja de la palma de la mano.



Cuando una partícula cargada se mueve a través de una región del espacio en donde están presentes los campos eléctrico ( $\mathbf{E}$ ) y magnético ( $\mathbf{B}$ ), ambos ejercerán fuerza sobre la partícula. Así la fuerza total sobre la partícula, debido a esos dos campos, es la suma vectorial de las fuerzas eléctrica y magnética:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Expresión conocida como *fuerza de Lorentz*.

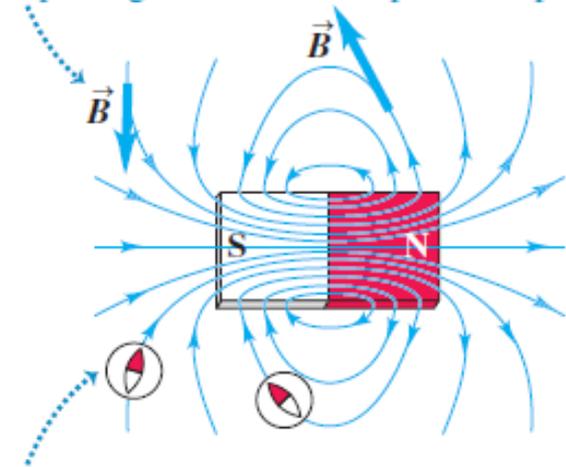
# LÍNEAS DE CAMPO MAGNÉTICO

## Características:

1. La tangente a una línea de campo en un punto cualquiera da la dirección de  $\vec{B}$  en ese punto.
2. El número de líneas por unidad de área de sección transversal es proporcional a la magnitud del campo magnético.
3. En cualquier punto particular, el campo magnético tiene una única dirección. **Las líneas de campo nunca se cruzan.**

En cada punto, la línea de campo es tangente al vector del campo magnético  $\vec{B}$ .

Cuanto más saturadas estén las líneas de campo, más intenso será el campo en ese punto.



En cada punto, las líneas de campo apuntan en la misma dirección en que lo haría una brújula . . .

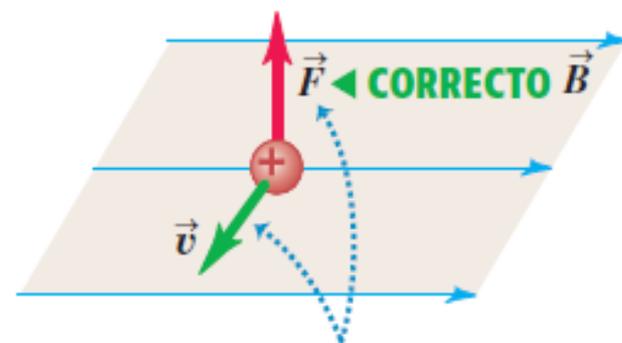
. . . por lo tanto, las líneas de campo magnético *siempre* señalan *hacia fuera* de los polos N y *en dirección* a los polos S.

## Observaciones importantes sobre las líneas de campo magnético

1. **Las líneas de campo magnético no tienen extremos:** A diferencia de las líneas de campo eléctrico, que comienzan y terminan en cargas eléctricas, las líneas de campo magnético NUNCA tienen puntos extremos; ya que tales puntos indicarían la presencia de un monopolo. V. g., las líneas de campo de un imán pasan por el interior de éste. **Las líneas de campo magnético siempre forman espiras cerradas.**
2. **Las líneas de campo magnético no son “líneas de fuerza”:** A diferencia de las líneas de campo eléctrico, las líneas de  $\mathbf{B}$  NO apuntan en la dirección de la fuerza que se ejerce sobre la carga. La fuerza magnética  $\mathbf{F}$  sobre una carga en movimiento siempre es perpendicular a  $\mathbf{B}$  y, por lo tanto, a la línea de éste. Las líneas de  $\mathbf{B}$  sí tienen la dirección en que apuntaría la aguja de una brújula colocada en cada sitio.



Las líneas de campo magnético *no* son “líneas de fuerza”. La fuerza sobre una partícula cargada no se ejerce a lo largo de la dirección de una línea de campo.



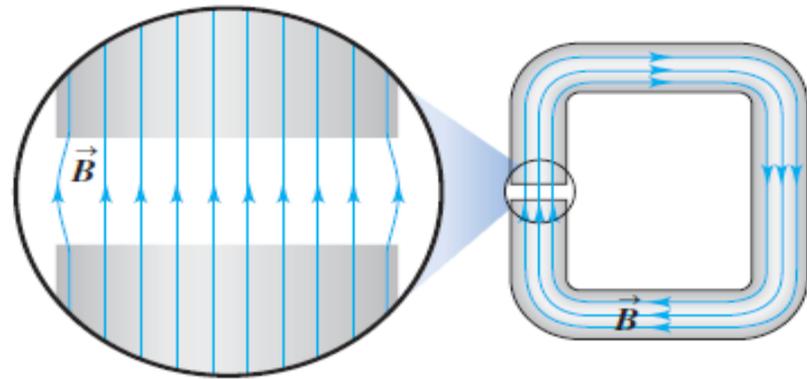
La dirección de la fuerza magnética depende de la velocidad  $\vec{v}$ , según se expresa en la ley de la fuerza magnética  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ .

# Líneas de campo magnético en diferentes sistemas

El punto ( $\bullet$ ) representa un vector dirigido hacia fuera del plano; la cruz ( $\times$ ) indica que el vector se dirige hacia el plano.

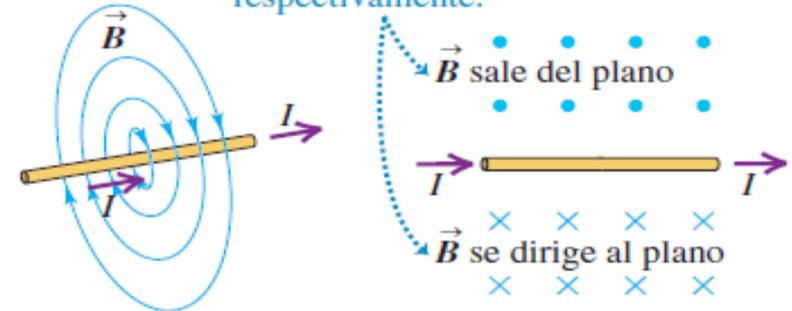
a) Campo magnético de un imán en forma de C

Entre polos magnéticos paralelos y planos, el campo magnético es casi uniforme.



b) Campo magnético de un alambre recto que conduce corriente

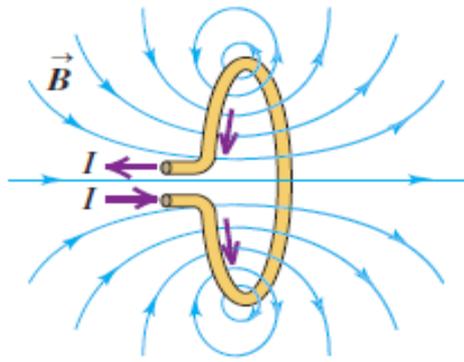
Para representar un campo que sale del plano o llega a éste se usan puntos y cruces, respectivamente.



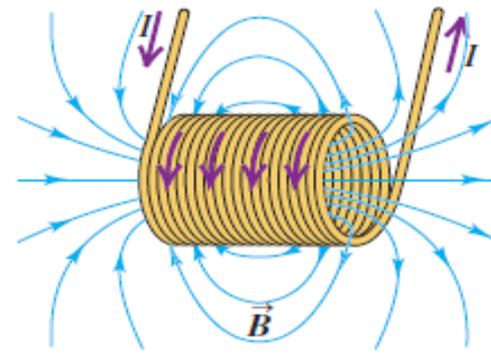
Vista en perspectiva

El alambre está en el plano del papel

c) Campos magnéticos de una espira y una bobina (solenoides) que conducen corriente



Observe que el campo de la espira y, especialmente, de la bobina, se parecen al campo de un imán de barra.



Las limaduras de hierro tienden a alinearse, como la aguja de una brújula, con las líneas de campo magnético, por lo que brindan una forma sencilla de visualizar las líneas de  $B$ .

Líneas de campo magnético de un alambre recto que conduce corriente.



Líneas de campo magnético de una bobina que conduce corriente.



# CAMPO MAGNÉTICO DE UNA CARGA EN MOVIMIENTO

Llamaremos *punto fuente* a la ubicación de la carga en movimiento en un instante dado, y *punto campo* al punto  $P$  donde pretendemos calcular el campo magnético  $\mathbf{B}$ . Experimentalmente, se ha determinado que el campo magnético debido a una carga  $q$  que se mueve a velocidad constante  $\mathbf{v}$  es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \qquad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \sen \phi}{r^2}$$

Donde  $\hat{r}$  es el vector unitario dirigido del punto fuente al punto campo. El ángulo  $\phi$  se mide a partir del vector velocidad hacia el vector unitario.

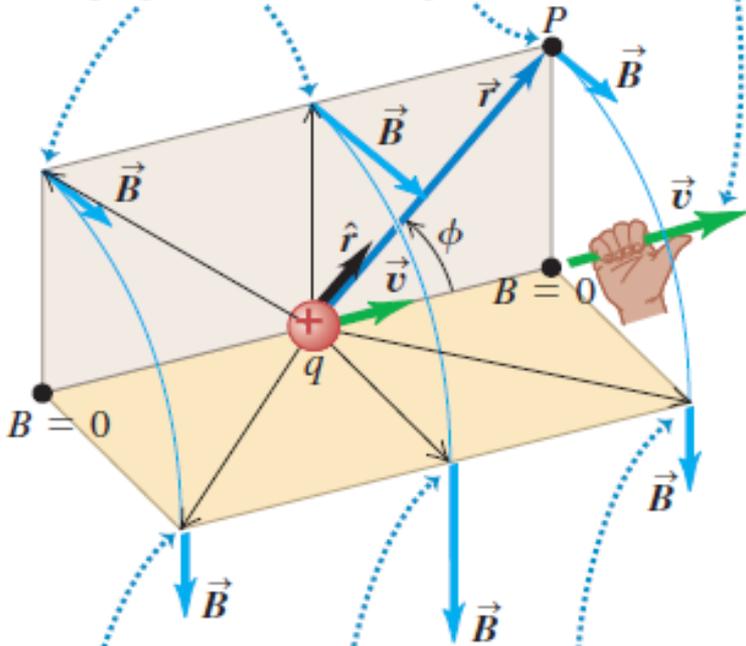
$\mathbf{B}$  siempre es perpendicular tanto a  $\vec{v}$  como a  $\hat{r}$ .

$\mu_0$  es la constante de permeabilidad del espacio libre:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [T} \cdot \text{m/A]}$$

Regla de la mano derecha para el campo magnético debido a una carga positiva que se mueve a velocidad constante: Apunte el pulgar de su mano derecha en dirección de la velocidad. Ahora sus dedos se cierran alrededor de la carga en dirección de las líneas del campo magnético. (Si la carga es negativa, las líneas del campo van en sentido opuesto.)

Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  quedan en el plano color beige, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.



Para estas líneas de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  quedan en el plano color dorado, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Para esta carga puntual positiva, las líneas de campo magnético son círculos con centro en la línea del vector velocidad y que yacen en planos perpendiculares a esta línea.



Obsérvese que la dirección del campo magnético NO es a lo largo de la línea que va del punto fuente al punto campo; es perpendicular a esta línea y al vector velocidad.

# LEY DE BIOT-SAVART

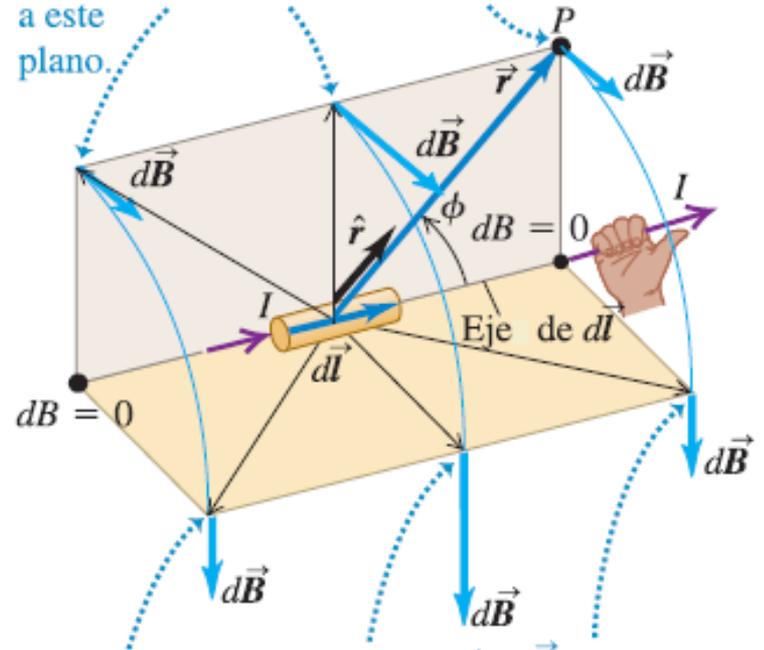
De manera similar al campo magnético debido a una carga puntual, el campo magnético generado por un segmento corto de un conductor que transporta corriente es

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

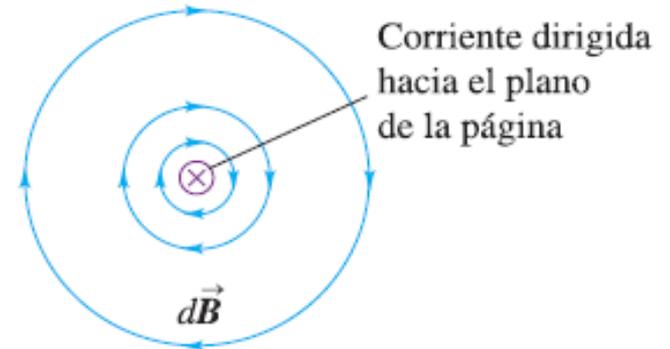
Así, el campo magnético total debido a un conductor finito es igual a la siguiente integral

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $d\vec{l}$  están en el plano color beige, y  $d\vec{B}$  es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $d\vec{l}$  se encuentran en el plano color dorado, y  $d\vec{B}$  es perpendicular a este plano.

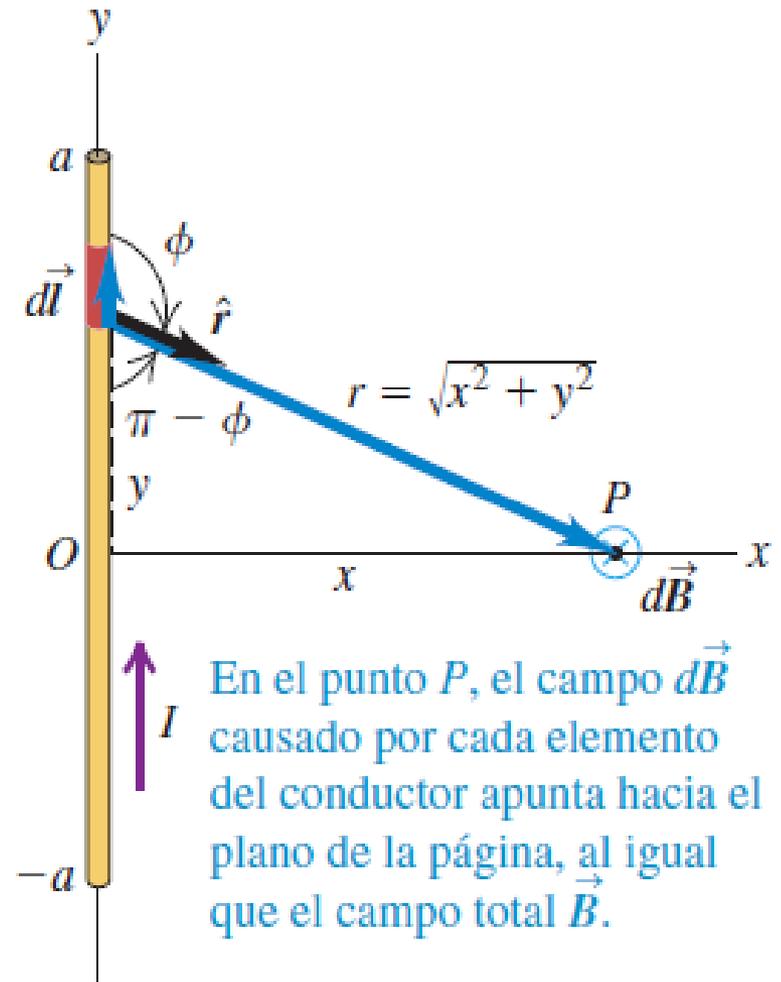


# APLICACIONES DE LA LEY DE BIOT-SAVART

## 1. Campo magnético debido a un segmento recto conductor portador de corriente:

Conductor de longitud  $2a$  que lleva una corriente  $I$ . Encontrar el campo magnético  $\mathbf{B}$  en un punto  $P$  a una distancia  $x$  del el conductor, sobre su bisectriz perpendicular.

Para ello, primero se determinará el campo  $d\mathbf{B}$  generado por un elemento de conductor con longitud  $dl = dy$  en el punto  $P$ .

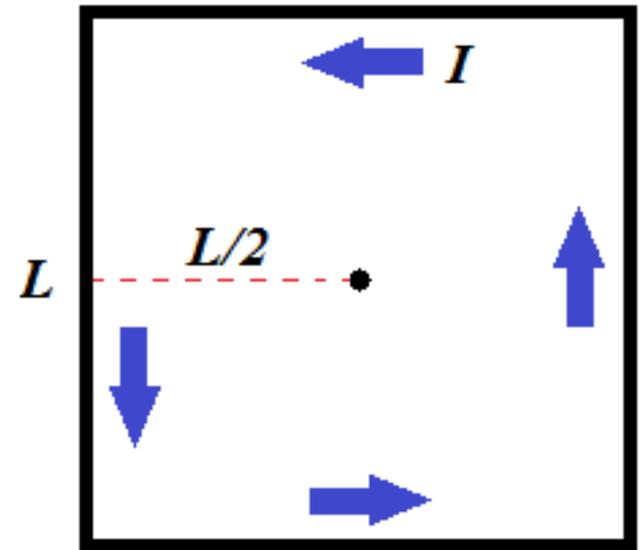


## 2. *Campo magnético en el centro de una espira cuadrada:*

Encontrar el campo magnético  $B$  en el centro de una espira cuadrada conductora de corriente con lado  $L$ .

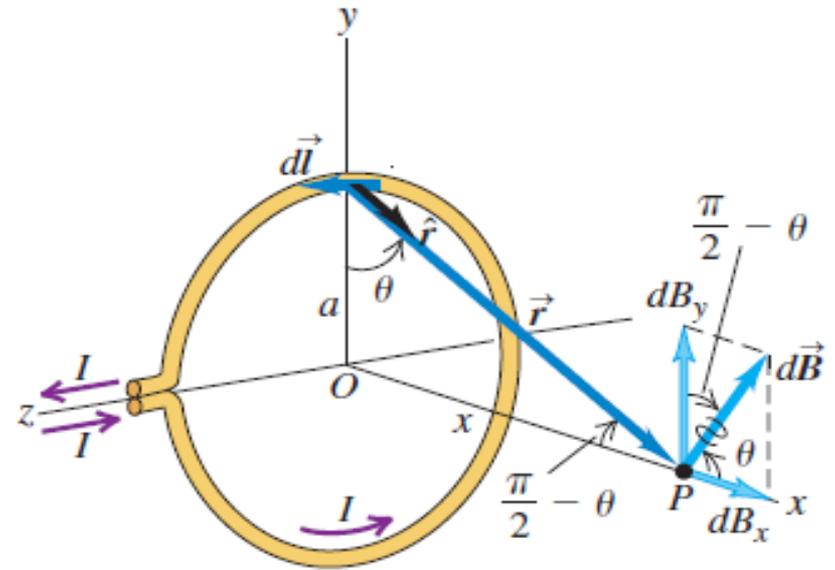
Cada lado genera un campo magnético de igual magnitud que apunta hacia afuera de la figura.

Se calculará primero el campo magnético debido a un segmento recto de conductor en el centro de la espira; después, para encontrar el campo magnético total en dicho punto se utilizará el principio de superposición.



### 3. *Campo magnético debido a una espira circular conductora:*

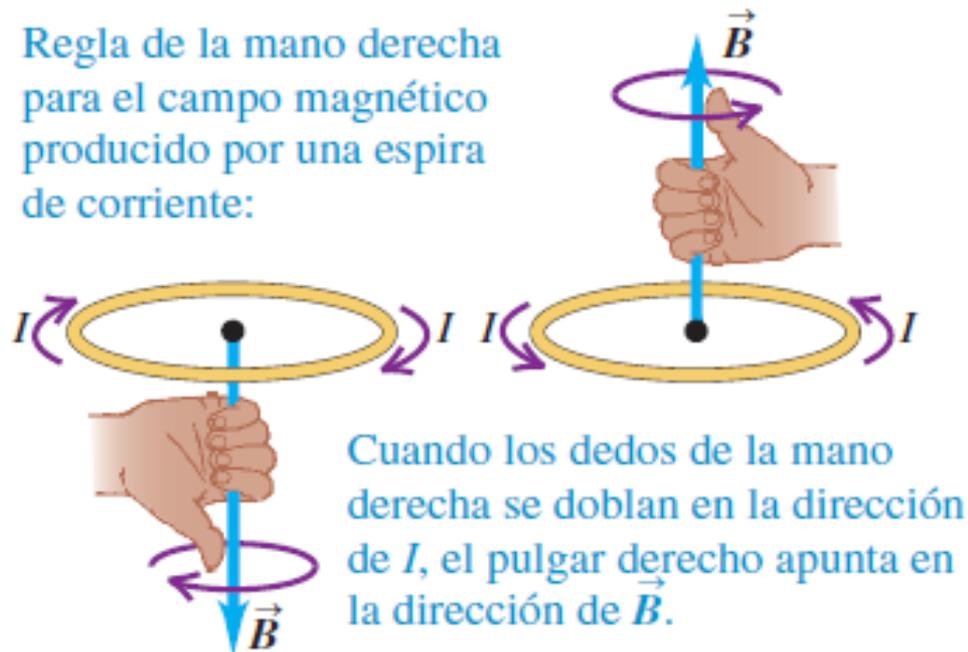
Encontrar el campo magnético  $\mathbf{B}$  en el punto  $P$  sobre el eje de la espira circular con radio  $a$ , a una distancia  $x$  desde el centro.



Para ello, primero se determinará el campo magnético  $d\mathbf{B}$  debido a un elemento  $d\mathbf{l}$  de la espira en dicho punto.

Así, el campo magnético total se encontrará mediante la integración de esa diferencial de campo magnético a lo largo de la espira.

La dirección del campo magnético sobre el eje de una espira portadora de corriente está dada por la regla de la mano derecha: si se doblan los dedos de la mano derecha alrededor de la espira en el sentido de la corriente, el pulgar derecho apunta en la dirección de  $\vec{B}$ .



#### *4. Campo magnético debido a una bobina:*

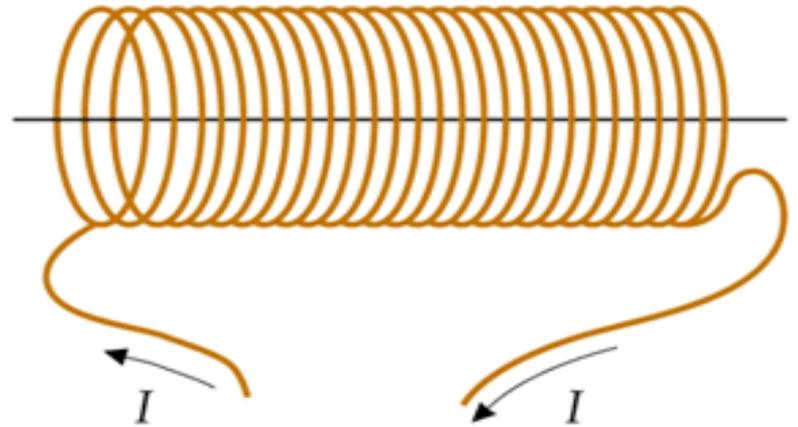
Una bobina consiste en  $N$  espiras circulares del mismo radio. Con base en el resultado previo para el campo magnético generado por una espira circular, se puede suponer que las espiras están muy juntas de manera que el plano de cada una de ellas está a la misma distancia  $x$  desde el punto campo  $P$ . Así, el campo  $\mathbf{B}$  debido a la bobina es  $N$  veces el generado por una simple espira en dicho punto.



## 5. Campo magnético debido a un solenoide:

El solenoide de longitud  $L$  está conformado por  $N$  vueltas de cable conductor de corriente. Se calculará el campo magnético  $\mathbf{B}$  que genera en un punto  $P$  ubicado en su eje.

Para ello, primero se determinará el campo magnético  $d\mathbf{B}$  debido a un elemento del solenoide, de longitud  $dx'$ , para luego encontrar el campo magnético total  $\mathbf{B}$  mediante la integración de esa diferencial de campo magnético a lo largo del solenoide.



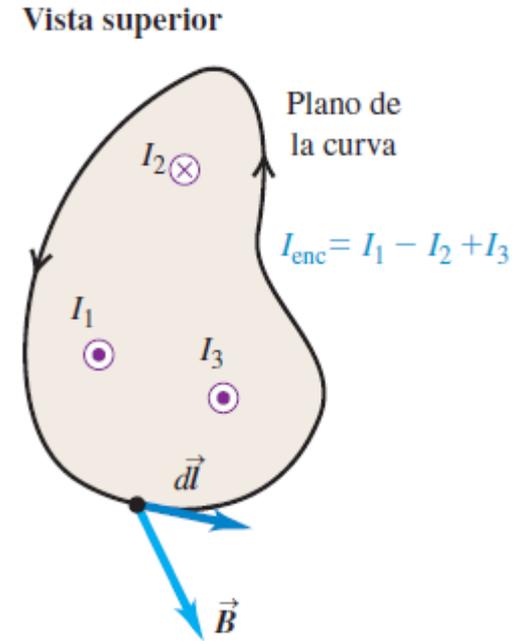
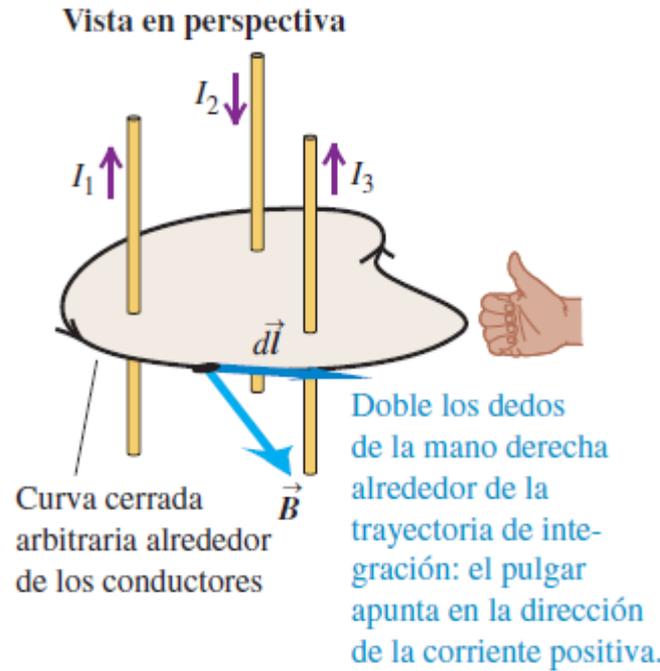
# LEY DE AMPÈRE

La ley de Ampère establece que la integral de línea de  $\mathbf{B}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0$  multiplicado por la corriente neta  $I_{enc}$  a través del área encerrada por la trayectoria:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \qquad \oint B dl \cos\phi = \mu_0 I_{enc}$$

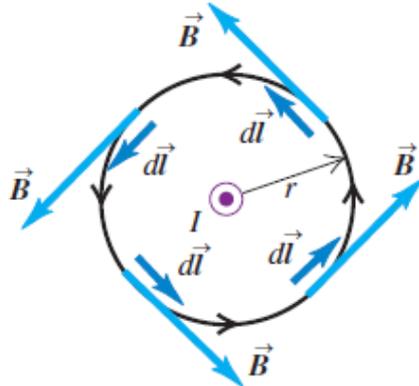
La ley de Ampère es muy útil para calcular el campo magnético debido a un cierto sistema de alta simetría.

El sentido positivo de la corriente neta  $I_{enc}$  se determina mediante la regla de la mano derecha.



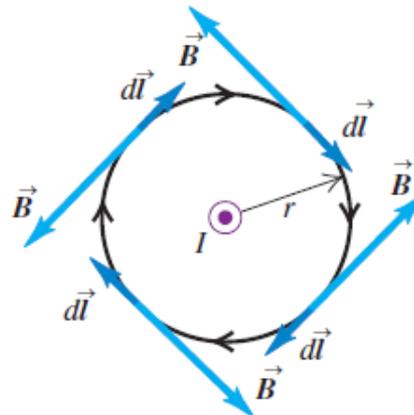
a) La trayectoria de integración es un círculo centrado en el conductor; la integración recorre el círculo en sentido antihorario.

Resultado:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$



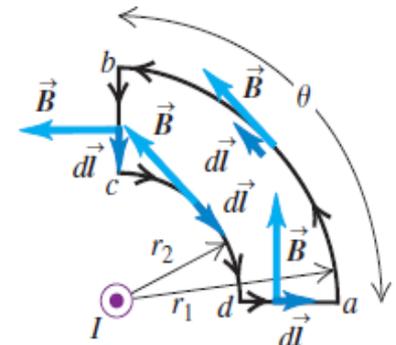
b) Misma trayectoria de integración que en el inciso a), pero la integración recorre el círculo en sentido horario.

Resultado:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$

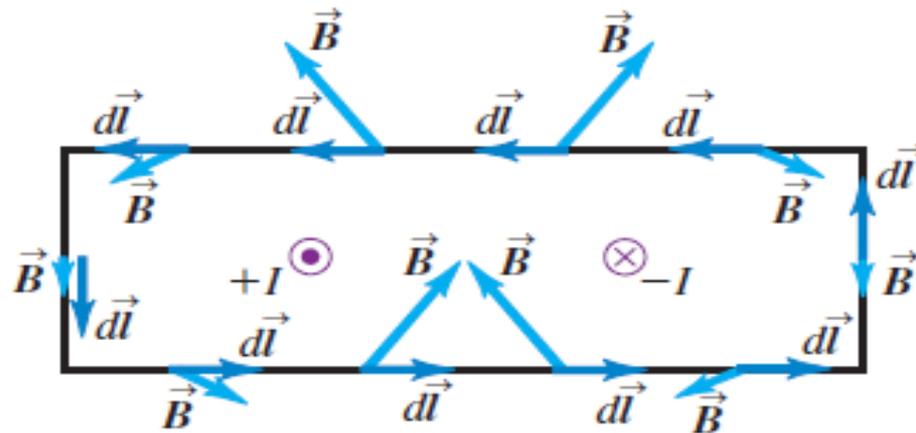


c) Trayectoria de integración que no encierra el conductor.

Resultado:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$



Si la integral de línea expresada en la ley de Ampère es igual a cero, esto no necesariamente significa que  $\vec{B} = \vec{0}$  a todo lo largo de la trayectoria. Por ejemplo, en la figura se observa que en el interior de la trayectoria de integración hay dos conductores paralelos que llevan la misma magnitud de corriente eléctrica pero en sentidos opuestos; tal que así la corriente neta encerrada es cero ( $I_{enc} = 0$ ) y la integral de línea es cero.



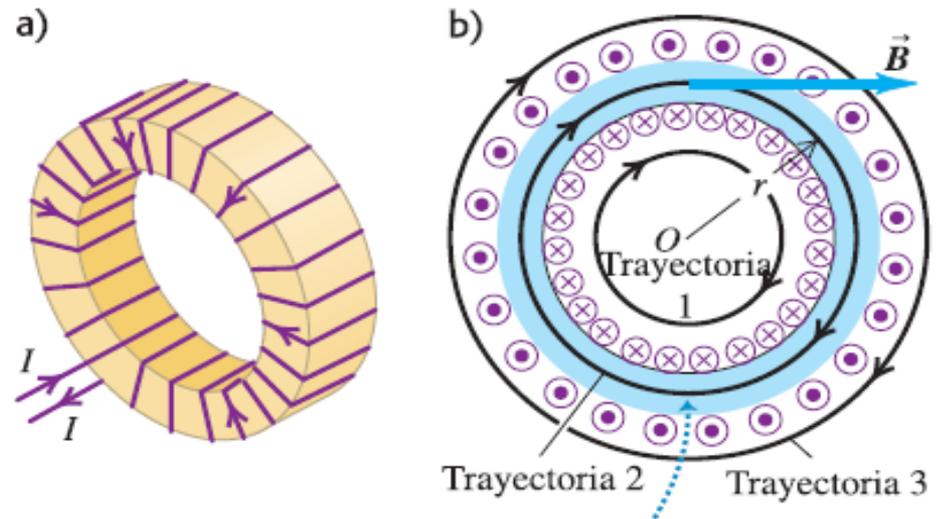
## Aplicación de la ley de Ampère

**Campo magnético debido a un toroide:** Un solenoide toroidal devanado con  $N$  espiras de alambre conduce una corriente  $I$ . Encontrar el campo magnético  $\vec{B}$  en todos los puntos.

En una aproximación idealizada, debido a la simetría circular de este sistema las líneas de campo magnético son círculos concéntricos con el eje del toroide.

a) Solenoide toroidal. Por claridad, sólo se muestran algunas espiras.

b) Trayectorias de integración (círculos negros) usadas para calcular el campo  $\vec{B}$  establecido por la corriente (representada con puntos y cruces).



El campo magnético está confinado casi por completo en el espacio encerrado por los devanados (en azul).

## FLUJO MAGNÉTICO

Considérese un elemento de superficie  $dA$  por el cual atraviesa una línea de  $\mathbf{B}$ . Para este elemento de área, el flujo magnético se define como

$$d\Phi_B = B_{\perp} dA = B \cos\phi dA = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

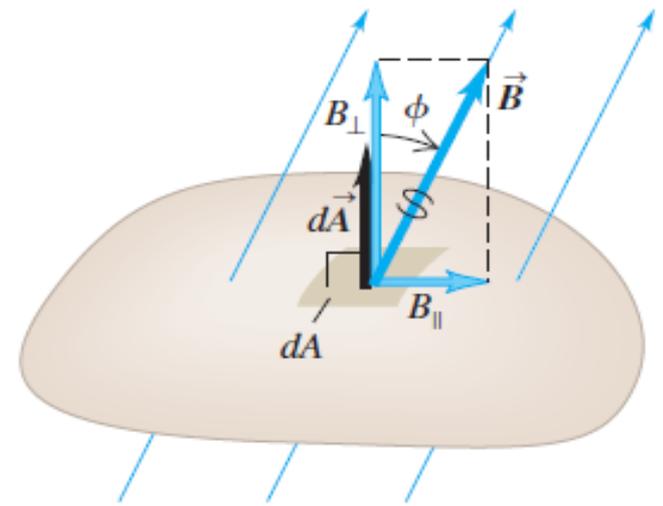
Así, el flujo magnético total a través de la superficie es

$$\Phi_B = \int B_{\perp} dA = \int B \cos\phi dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

**El flujo magnético es una cantidad escalar.** En el caso especial en que  $\mathbf{B}$  es uniforme sobre toda la superficie ( $A$ ) de un plano y perpendicular a éste, entonces

$$\Phi_B = BA$$

$$[\Phi_B] = [\text{T} \cdot \text{m}^2] = [\text{N} \cdot \text{m}/\text{A}] = [\text{Wb}], \quad (\textit{weber})$$



# Cálculo de flujo magnético en diferentes sistemas

1. En la sección de un solenoide largo:  $\Phi_B = \mu_0 \pi r^2 n I$

2. A través de la sección transversal de un toroide:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N I e}{2\pi} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)$$

3. Debido a un conductor recto y largo:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} + \ln\left(\frac{R+a}{R}\right) \right]$$

## Ejemplos de aplicación:

1. Si se desea que el flujo magnético a través de la sección transversal de un solenoide de 20 cm de largo, 1 cm de radio y con  $10^4$  vueltas sea de 0.395 mWb, calcule la corriente  $I$  necesaria para ello.
2. La corriente que pasa por un conductor recto de radio 2 cm es de 10 A. Calcule el flujo magnético a través de una superficie rectangular que atraviesa la mitad del conductor por su eje. La longitud de esta superficie es 1 m y ancho 50 cm.

## LEY DE GAUSS DEL MAGNETISMO

Se vio que la ley de Gauss para el flujo eléctrico es  $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$

Por ejemplo, si la superficie cerrada contiene un dipolo eléctrico, el flujo eléctrico total es cero porque la carga neta encerrada es cero.

Por analogía, si hipotéticamente existiera el tal *monopolo magnético*, entonces el flujo magnético total a través de la superficie cerrada sería proporcional a dicho monopolo. Pero como **el monopolo magnético no existe**, se concluye que el flujo magnético total a través de una superficie cerrada siempre es igual a cero:

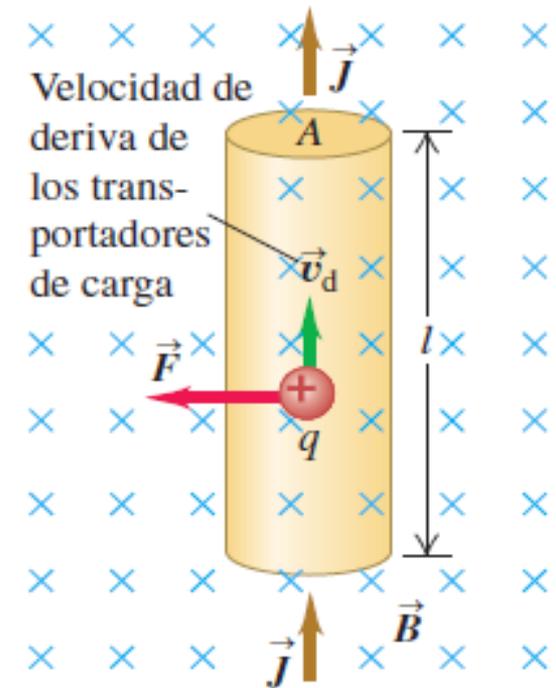
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Como consecuencia de esta ecuación (ley de Gauss del magnetismo), las líneas de **B** siempre son espiras cerradas. Si una superficie cerrada abarca total o parcialmente a una (o a varias) de estas líneas, entonces esa línea que penetra la superficie también sale de ella.

## Fuerza magnética sobre un conductor que lleva corriente

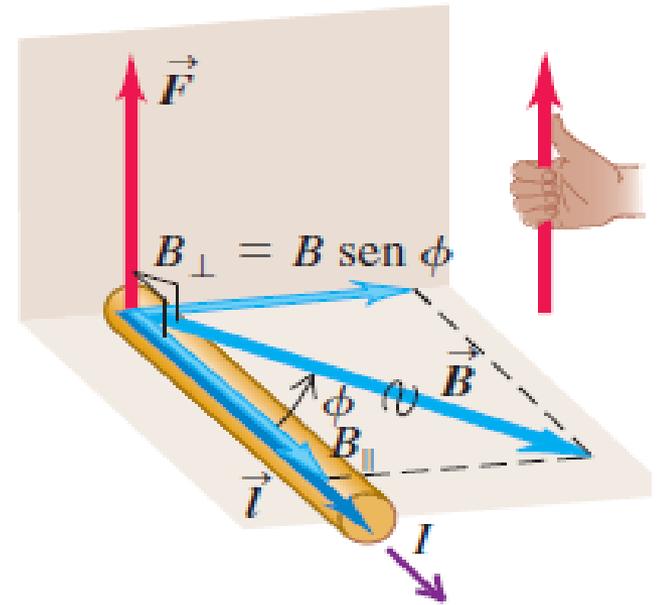
Considérese un segmento  $l$  de conductor recto por el cual se desplaza un portador de carga libre positivo. A la vez, este conductor se encuentra en presencia de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  que apunta hacia dentro de la figura.

Ya que  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , entonces la magnitud de esta fuerza magnética sobre la carga positiva es  $F = qv_d B$ .



Si ahora se consideran varios portadores de carga libres positivos (una corriente), la fuerza magnética que experimentan se transmite al conductor. Por lo tanto, si el vector  $l$  representa el segmento del conductor recto, la fuerza magnética sobre éste es

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}, \quad F = IlB \sin \phi$$



Si el conductor no fuera recto, al dividirlo en segmentos infinitesimales  $d\vec{l}$  (que apunta en el mismo sentido de  $I$ ), entonces la fuerza magnética en cada uno de estos segmentos es

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

## Fuerza entre conductores rectos paralelos

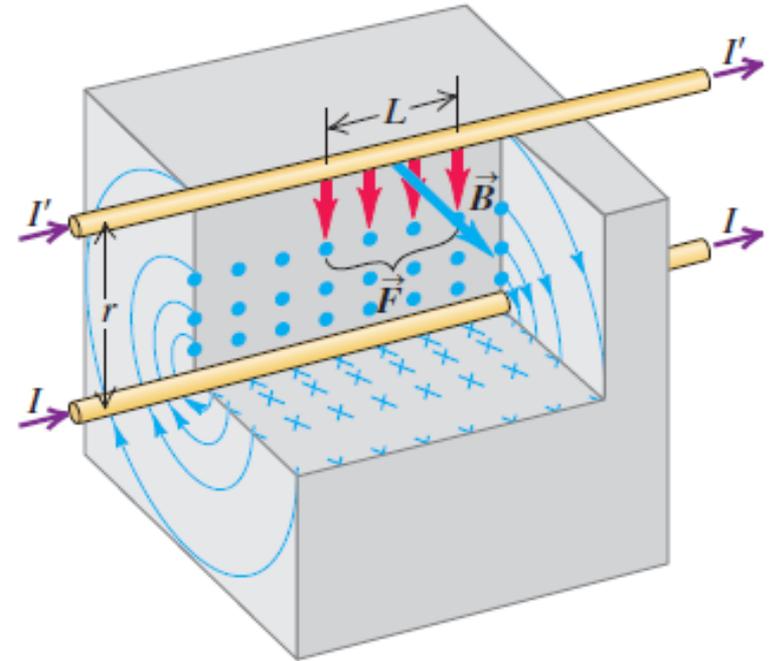
Considérense los segmentos de dos conductores rectos, largos y paralelos separados por una distancia  $r$  y que, respectivamente, llevan una corriente  $I$  e  $I'$  en el mismo sentido.

Cada conductor se encuentra en el campo magnético producido por el otro, por lo que cada uno experimenta una fuerza magnética. El conductor inferior genera un campo  $\mathbf{B}$  que, en la posición del conductor superior, tiene una magnitud

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

El campo magnético del alambre inferior ejerce una fuerza de atracción sobre el alambre superior. De igual modo, el alambre superior atrae al de abajo.

Si los conductores transportaran corrientes en sentidos *opuestos*, se *repelerían* uno al otro.



La fuerza que ejerce este campo  $\vec{B}$  sobre una longitud  $L$  del conductor superior es

$$\vec{F} = I' \vec{L} \times \vec{B}$$

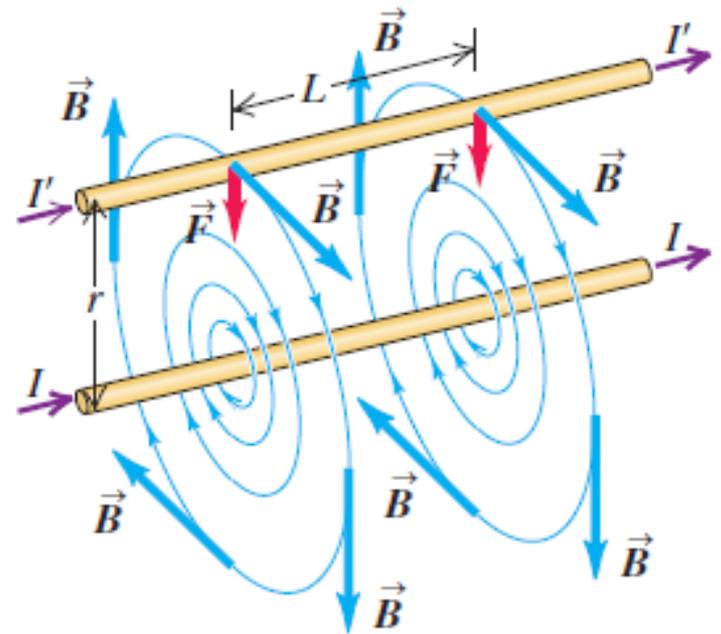
Como  $\vec{B}$  es perpendicular a la longitud del conductor ( y también a  $L$ ), la magnitud de esta fuerza es

$$F = I' L B = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi r}$$

Por lo que la magnitud de esta fuerza por unidad de longitud es

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

Aplicando la regla de la mano derecha, se identifica que la fuerza sobre el conductor superior está dirigida hacia abajo.



La corriente en el conductor superior también origina un campo  $B$  en la posición del inferior; por lo que de manera similar, la fuerza sobre este conductor va hacia arriba. En conclusión:

*Dos conductores paralelos que llevan corriente en el mismo sentido se atraen mutuamente.*

Ahora, si se invierte el sentido de cualquiera de las corrientes en uno de los conductores, entonces la fuerza también se invertirá; por lo que

*Dos conductores paralelos que llevan corriente en sentido opuesto se repelen entre sí.*

## Recordando el concepto *momento (de torsión)*

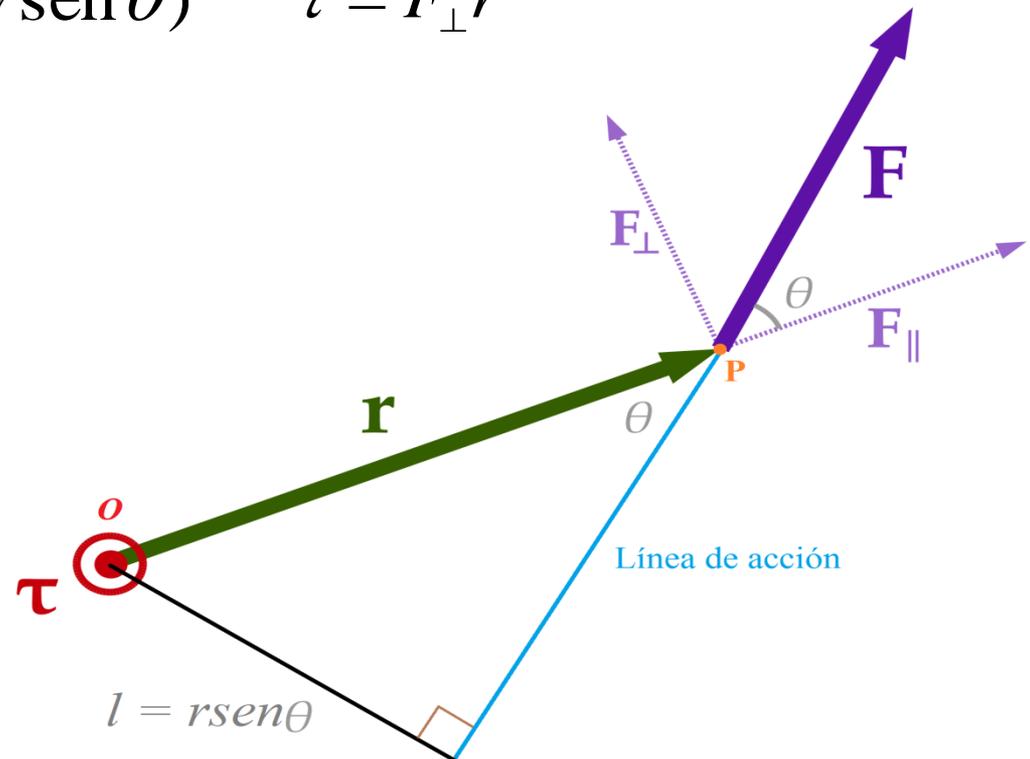
El *momento*, *torca* o *par* ( $\tau$ ) es la medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza a causar o a cambiar el movimiento rotacional de un cuerpo.

Cuando una fuerza  $F$  actúa sobre un cuerpo (o sobre un punto de éste), la torca de esa fuerza con respecto al punto  $O$  es

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \tau = Fl = F(r \sin \theta) \quad \tau = F_{\perp} r$$

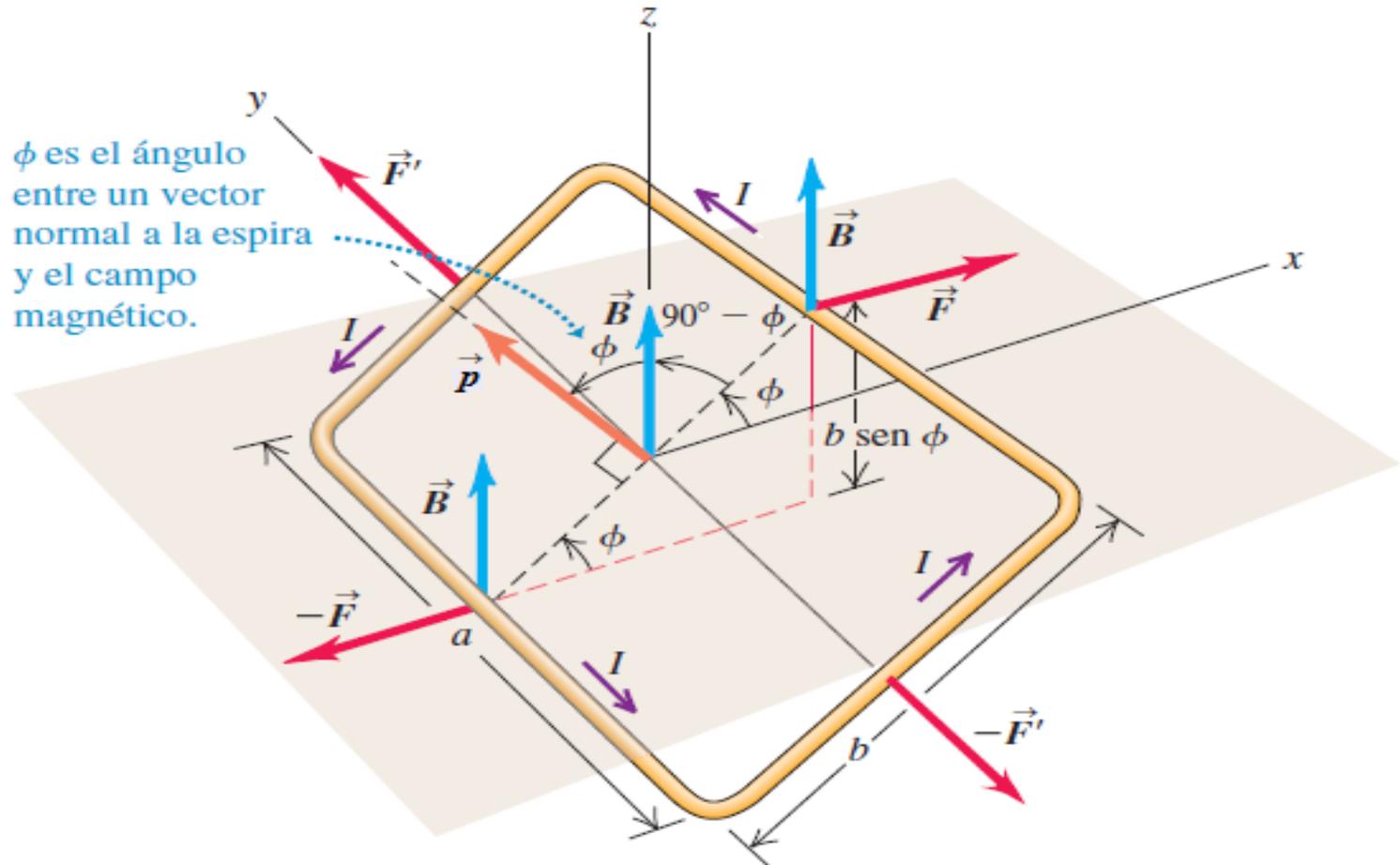
$$[\tau] = \text{N m}$$

$l$  (brazo de palanca): distancia perpendicular medida desde el eje de rotación hasta la línea de acción de la fuerza.



# Fuerza y momento magnético ( $\tau$ ) sobre una espira que lleva corriente

A continuación se determinará la fuerza magnética total y el llamado *momento magnético* ( $\tau$ ) sobre un conductor con forma de espira por el cual pasa una corriente  $I$ , en un campo magnético uniforme externo  $\mathbf{B}$ .



En la figura, las fuerzas  $F'$  y  $-F'$  tienen la misma magnitud pero dirección opuesta. Lo mismo pasa con  $F$  y  $-F$ . En consecuencia, **la fuerza magnética neta sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme es cero**. Pero el momento magnético total es diferente de cero.

Las líneas de acción de las fuerzas  $F'$  y  $-F'$  están a lo largo del eje “y” de la espira. Por lo tanto, sólo las fuerzas  $F$  y  $-F$  están en líneas de acción diferentes, y cada una da lugar a un momento magnético alrededor del eje “y”.

Ya que la fuerza magnética sobre un segmento recto de conductor es

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}, \quad F = IlB \sin \phi$$

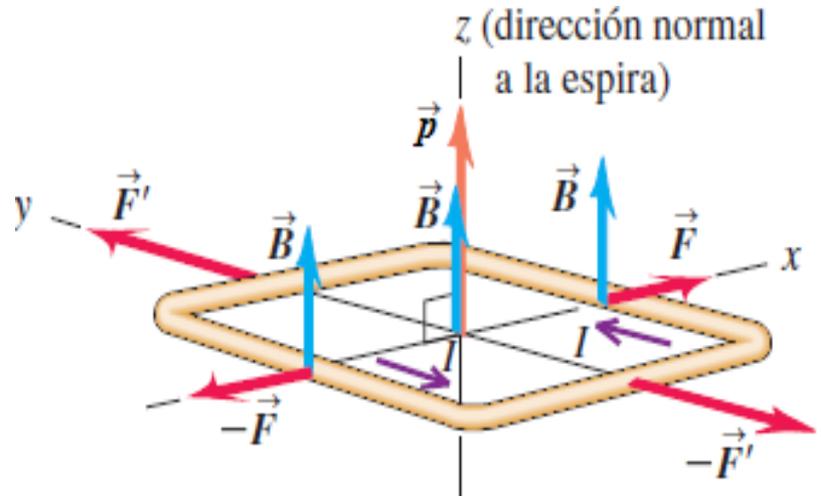
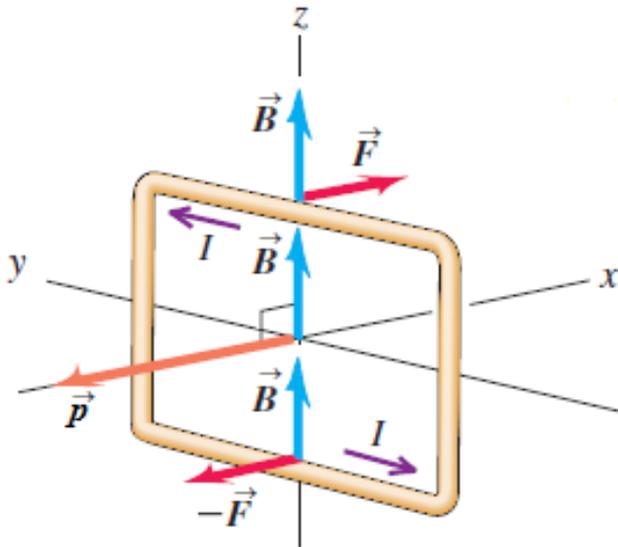
Entonces, para los segmentos de longitud  $a$  la magnitud de la fuerza magnética es  $F = IaB$ .

El momento magnético ( $\tau$ ) está sobre el eje  $y$ . El brazo de palanca para cada una de las fuerzas  $\mathbf{F}$  y  $-\mathbf{F}$  es  $b/2 \text{ sen}\phi$ , entonces:

$$\tau = 2F \left( \frac{b}{2} \text{sen}\phi \right) \qquad \tau = (IBa) (b \text{sen}\phi) \qquad F = IaB$$

$\tau$  es máximo cuando  $\phi = 90^\circ$ ,  $\mathbf{B}$  está en el plano de la espira y es perpendicular a la normal del plano:

$\tau$  es cero cuando la normal a la espira es paralela o antiparalela a  $\mathbf{B}$ :



Ya que el área de la espira es  $A = ab$ , entonces la magnitud del momento magnético sobre una espira conductora de corriente es

$$\tau = IAB \text{sen } \phi$$

Se define el **momento dipolar magnético** como el vector  $\mathbf{p}$  perpendicular al plano de la espira:

$$\vec{p} = I\vec{A}, \quad [p] = \text{A m}^2$$

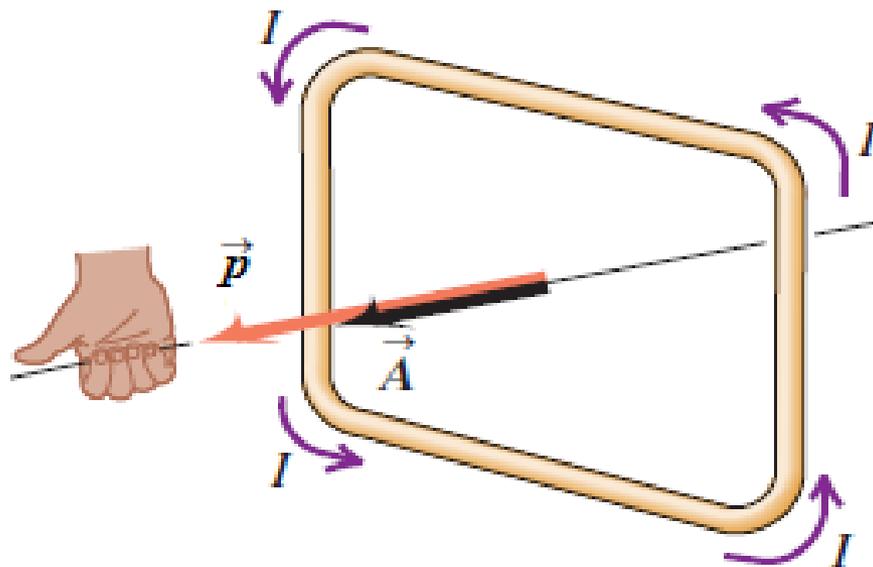
Por lo tanto, el vector momento magnético sobre una espira de corriente queda como:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{B}, \quad \tau = pB \text{sen } \phi$$

$\tau$  tiende a hacer que la espira gire en la dirección en que  $\phi$  disminuye; es decir, hacia su posición de equilibrio estable cuando  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{B}$  son paralelos. Cualquier cuerpo que experimente un momento magnético dado por la ecuación previa, se le denomina **dipolo magnético**.

Mediante la regla de la mano derecha se determina la dirección del momento dipolar magnético  $\vec{p}$  de una espira que lleva corriente  $I$ . Esta dirección es la misma que la del vector de área  $\vec{A}$ .

$$\vec{p} = I\vec{A}$$



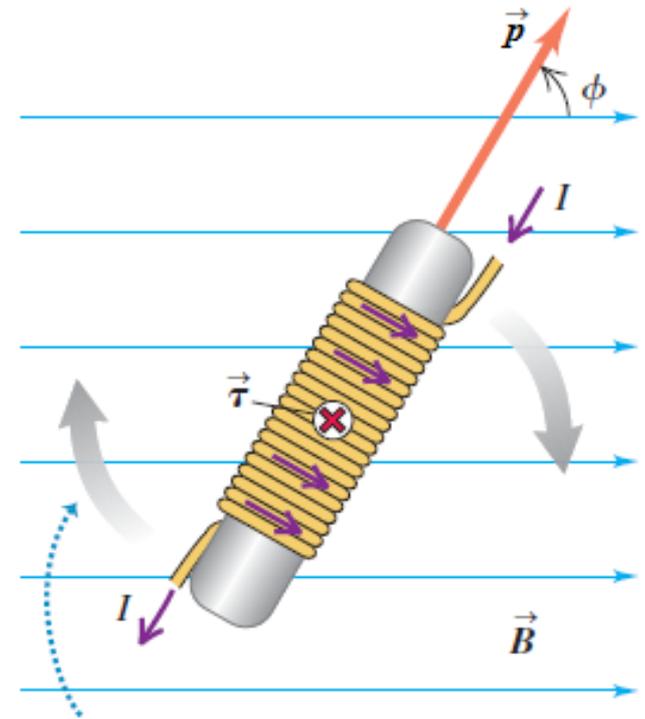
Para un solenoide con  $N$  vueltas en un campo uniforme  $\mathbf{B}$ , la magnitud de  $\boldsymbol{\tau}$  es

$$\tau = NpB\sin\phi$$

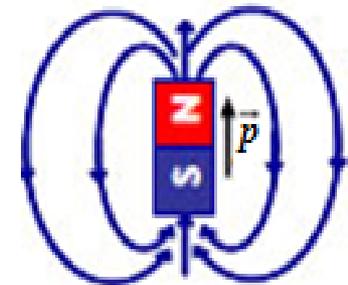
El efecto de  $\boldsymbol{\tau}$  es una tendencia a girar el solenoide hacia una posición en la que su eje (que tiene la misma dirección que  $\mathbf{p}$ ) sea paralelo a  $\mathbf{B}$ . Este comportamiento del solenoide es semejante al de un imán de barra.

Por ejemplo, un imán permanente que puede girar libremente tiende a alinearse con el campo externo  $\mathbf{B}$ , de modo que una línea que vaya del polo sur al polo norte del imán apunte en la dirección de  $\mathbf{B}$ .

Los polos norte y sur magnéticos representan, respectivamente, la cabeza y la cola del momento dipolar magnético  $\mathbf{p}$  del imán. Así que **las espiras o bobinas por las que pasa una corriente son equivalentes a un imán.**

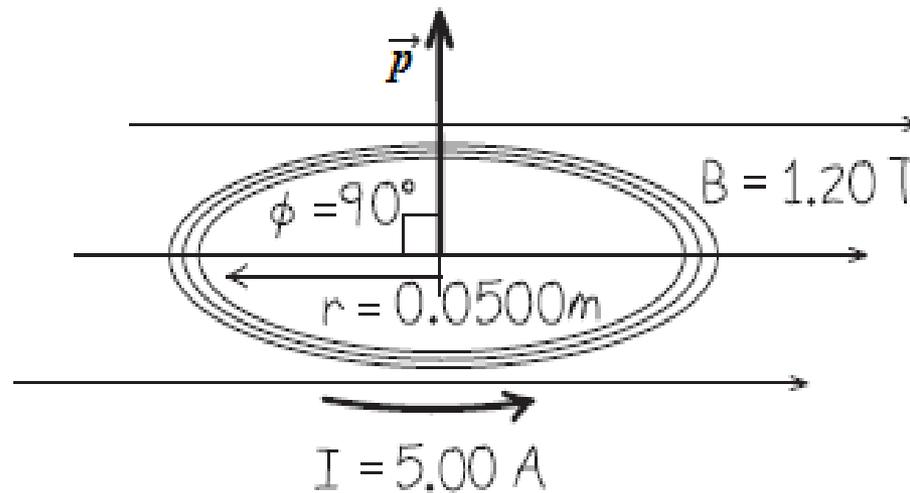


El momento magnético tiende a hacer que el solenoide gire en sentido horario en el plano de la figura, para alinear el momento dipolar magnético  $\mathbf{p}$  con el campo  $\mathbf{B}$ .



## Ejemplo de aplicación:

Una bobina circular de 0.05 m de radio, con 30 vueltas de cable, se encuentra en un plano horizontal. Por ella pasa una corriente de 5.0 A en sentido antihorario. La bobina está en un campo magnético uniforme que apunta hacia la derecha y cuya magnitud es 1.2 T. Encuentre las magnitudes de  $\vec{p}$  y de  $\vec{\tau}$  sobre la bobina.



# El motor de corriente directa

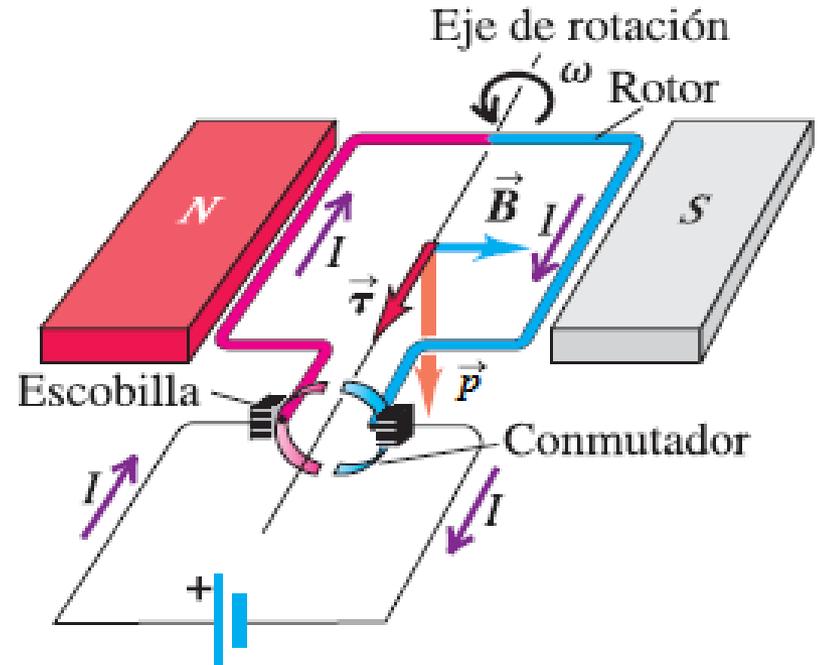
## Componentes básicos del motor:

1. **Rotor:** Conductor con forma de espira que gira libremente alrededor de su eje.
2. **Conmutador:** Segmentos conductores circulares unidos a los extremos de los cables del rotor.
3. **Escobillas:** Terminales del circuito externo que incluye una fuente de fem, con las cuales hacen contacto cada segmento del conmutador; así se posibilita el paso o interrupción de corriente a través del rotor.

## Principio de operación:

- a)** El rotor está entre los polos de un imán permanente. Existe un momento magnético ( $\tau$ ) sobre el rotor que hace que éste gire en sentido antihorario, en la dirección donde se alineará  $p$  con  $B$ .

a) Las escobillas están alineadas con los segmentos del conmutador



**b)** Cuando el rotor ha girado un ángulo recto, si la corriente fuera constante éste estaría en su orientación de equilibrio. Pero ya que cada escobilla hace contacto con los dos segmentos del conmutador, no hay diferencia de potencial entre los conmutadores y la corriente en el rotor es cero; por lo tanto  $\mathbf{p} = 0$  y  $\boldsymbol{\tau} = 0$ .

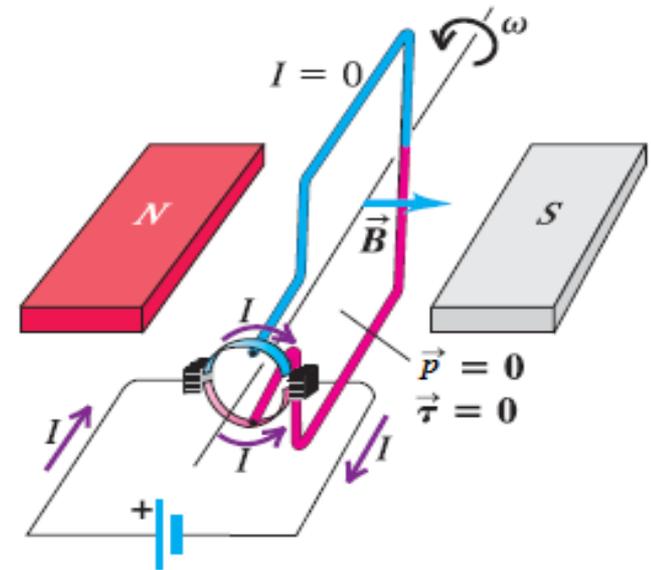
**c)** El rotor continúa girando en el mismo sentido debido a su inercia, pero la dirección de la corriente se ha invertido con respecto al rotor que ha girado  $180^\circ$ , así  $\mathbf{p}$  está en la misma dirección inicial con respecto a  $\mathbf{B}$ .

Por lo tanto,  $\boldsymbol{\tau}$  apunta siempre en la misma dirección inicial tal que el rotor girará en sentido antihorario.

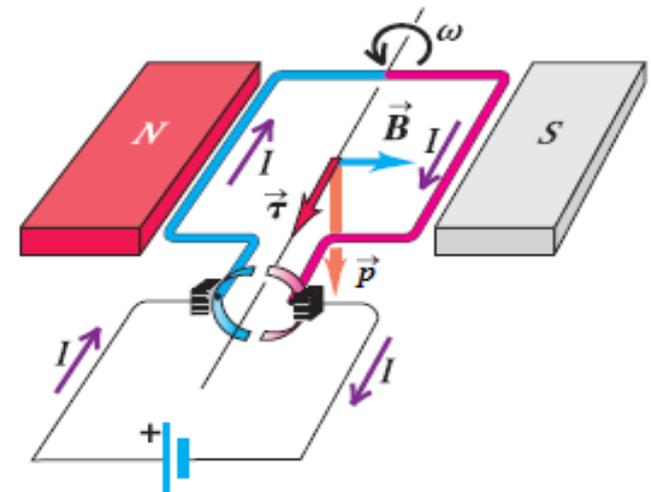
En esta explicación, se consideró despreciable la fricción en los apoyos del rotor, en la existente entre el conmutador y las escobillas y la debida al aire.

**Pregunta:** ¿Qué influye en el diseño de un motor de corriente directa para que haga girar cargas mayores?

b) El rotor ha girado  $90^\circ$



c) El rotor ha girado  $180^\circ$



**Respuesta:** En los motores reales, el rotor tiene muchas vueltas de devanado; esto aumenta  $p$  y  $\tau$  y, con ello, el motor es capaz de hacer girar cargas mayores. También es posible aumentar el momento magnético por medio de un campo  $B$  más intenso; por ello, varios motores utilizan electroimanes en lugar de un imán permanente.

